



Anno scolastico **2023-2024** - Classe **5 BC** - Prof.ssa **Silvana CASTIGLIONI**

PROGRAMMA SVOLTO DI **MATEMATICA**

Testo in adozione: L. Sasso, "Nuova Matematica a colori" - Edizione azzurra volume 5, Petrini ed.

Elementi di topologia in R

Insiemi numerici, maggioranti, minoranti, massimo, minimo, estremo superiore e inferiore. Tipi di intervalli, intorni di un punto, intorni circolari, intorni destri e sinistri.

Le funzioni reali di variabile reale

Concetto di funzione. Classificazione delle funzioni. Dominio e codominio. Funzioni crescenti e decrescenti, pari e dispari. Ricerca delle intersezioni con gli assi e studio del segno di una funzione. Grafici delle funzioni elementari.

Limiti

Concetto intuitivo di limite. Limite finito per una funzione in un punto. Limite infinito per una funzione in un punto. Limite di una funzione all'infinito. Limite destro e limite sinistro. Teoremi fondamentali sui limiti: teorema dell'unicità del limite (enunciato), teorema del confronto (enunciato). Definizione di funzione continua. Limiti di funzioni elementari. Algebra dei limiti.

Forme di indecisione $(+\infty - \infty)$, $\left(\frac{0}{0}\right)$, $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$. Limiti notevoli. Risoluzione delle forme di indecisione per funzioni algebriche razionali, irrazionali, trascendenti.

Continuità

Continuità in un punto. Continuità a destra e a sinistra. Esempi grafico-analitici, a partire da funzioni immediatamente rappresentabili (x^n , k/x , \sqrt{x} , polinomi di primo o secondo grado), di discontinuità mediante funzioni definite a tratti. Ricerca dei punti di discontinuità di una funzione e

loro classificazione: asintoti verticali e discontinuità di seconda specie, discontinuità di terza specie o eliminabili. Proprietà delle funzioni continue in un intervallo chiuso e limitato: teoremi di Weirestrass, Darboux e di esistenza degli zeri (enunciato, interpretazione grafica, semplici esercizi di applicazione). Grafico probabile di una funzione: dominio, funzioni pari/dispari, zeri, segno, limiti alla frontiera (con distinzione ove possibile di limite destro e sinistro), asintoti orizzontali, verticali, obliqui.

La derivata

Rapporto incrementale, definizione di derivata in un punto e suo significato geometrico. Derivabilità di una funzione in un intervallo e funzione derivata. Derivabilità e continuità, esempi di funzioni non derivabili in un punto. Derivata destra e sinistra. Derivate successive. Deduzione della derivata di $f(x) = c$, $f(x) = x$, $f(x) = x^2$, $f(x) = 1/x$ e $f(x) = \sqrt{x}$ a partire dalla definizione. Generalizzazione di quanto ricavato alla derivazione di $f(x) = x^\alpha$, con α reale. Derivata di $f(x) = e^x$ e di $f(x) = \ln x$. Algebra delle derivate e regole di derivazione (solo formulazione ed utilizzo): derivata del prodotto di una costante per una funzione, della somma algebrica di funzioni, del prodotto e del quoziente di due funzioni. Derivata della funzione composta. Applicazioni del concetto di derivata: equazione della retta tangente ad una curva in un suo punto. Esempi di applicazione del concetto di derivata in fisica: velocità e accelerazione, intensità di corrente.

Teoremi sulle funzioni derivabili

Punti di massimo e minimo relativo e assoluto. Teorema di Fermat e punti stazionari. Teorema di Rolle e di Lagrange (enunciato e semplici esercizi di applicazione).

Criterio di monotonia per le funzioni derivabili e per l'analisi dei punti stazionari. Ricerca dei massimi e dei minimi relativi per funzioni derivabili. Teorema di de Hôpital (enunciato e semplici esercizi di applicazione). Definizione di funzione convessa o concava e relativo criterio per le funzioni derivabili due volte. Definizione di punto di flesso e condizioni per la sua individuazione.

Studio di funzione

Schema per lo studio del grafico di una funzione. Studio di funzioni algebriche razionali intere e fratte, irrazionali, esponenziali, logaritmiche.

Busto Arsizio, 8 giugno 2024

La docente
Silvana Castiglioni

Gli studenti

Silvana Castiglioni